

**UNIWERSYTET WARMIŃSKO-MAZURSKI W
OLSZTYNIE
WYDZIAŁ MATEMATYKI I INFORMATYKI**

mgr Bogumiła Kowalczyk

ROZPRAWA DOKTORSKA

**FUNKCJE WIELOMIANOWO
PRAWIE-WYPUKŁE**

Promotor rozprawy:
dr hab. Adam Lecko

Olsztyn, maj 2014

STRESZCZENIE

Celem rozprawy było zbadanie wybranych własności klasy funkcji analitycznych określonych w kole jednostkowym standardowo unormowanych nazwanych *wielomianowo prawie-wypukłymi*.

Rozdział pierwszy zawiera niezbędne definicje i twierdzenia używane w rozprawie. W podrozdziale 1.1 wprowadzone zostały oznaczenia mnogościowe. Wybrane definicje i własności rodzin funkcji umieszczone zostały w podrozdziale 1.2. Z kolei podrozdział 1.3 zawiera potrzebne informacje o klasach funkcji analitycznych. Wybrane twierdzenia uzupełnione zostały dowodami.

W rozdziale drugim wprowadzone zostały klasy funkcji wielomianowo prawie-wypukłych i przedstawione zostały ich podstawowe własności. W szczególności, podrozdział 2.1 zawiera definicję funkcji wielomianowo prawie-wypukłych, zaś ich podstawowe własności wraz z dowodami zawiera podrozdział 2.2. Rys historyczny, w którym omówiono związki funkcji wielomianowo prawie-wypukłych z funkcjami prawie-wypukłymi w sensie Kaplana, w szczególności z funkcjami wypukłymi w ustalonym kierunku i z funkcjami o ograniczonym obrocie, przedstawiony został w podrozdziale 2.3.

Rozdział trzeci zawiera rozważania o jednolistości funkcji wielomianowo prawie-wypukłych. Jednolistość badana jest w oparciu o związki funkcji wielomianowo prawie-wypukłych z funkcjami prawie-wypukłymi.

Tematem rozdziału czwartego jest problem inkluzji między klasami funkcji wielomianowo prawie-wypukłych. W podrozdziale 4.1 wykazano brak inkluzji między dwoma takimi klasami, o ile są one różne. Konsekwencją tego twierdzenia jest zdefiniowanie promienia wzajemnej zależności między klasami funkcji wielomianowo prawie-wypukłych. W podrozdziale 4.2 przedstawiona została pewna metoda rachunkowa wyznaczenia takiego promienia.

Rozdział piąty rozprawy poświęcony został przedstawieniu pewnych zależności i formuł na współczynniki w rozwinięciu w szereg potęgowy funkcji wielomianowo prawie-wypukłych.

W rozdziale szóstym, ostatnim w rozprawie, badany jest funkcjonal Fekete-Szegö dla dwóch szczególnych klas funkcji wielomianowo prawie-wypukłych. W podrozdziale 6.1, który jest wprowadzeniem w rozważane zagadnienie, omówiona została również metoda Laguerre'a wyznaczenia liczby zer wielomianu w ustalonym przedziale. Metoda ta

stosowana jest dalej w rozwiązaniu problemu Fekete-Szegö. W podrozdziale 6.2 rozważana jest klasa funkcji wielomianowo prawie-wypukłych związanych z pewną funkcją gwiazdzistą zależną od jednego parametru rzeczywistego. W podrozdziale 6.3 rozważana jest z kolei klasa funkcji wielomianowo prawie-wypukłych związanych z pewną funkcją wypukłą zależną od jednego parametru rzeczywistego. W obu przypadkach wyznaczono oszacownie górne funkcjonału Fekete-Szegö.

Słowa kluczowe: *funkcje gwiazdziste, funkcje wypukłe, funkcje Carathéodory'ego, funkcje Schwarza, funkcje prawie-wypukłe, funkcje prawie-wypukłe względem funkcji gwiazdzistej z argumentem δ , funkcje prawie-wypukłe względem funkcji gwiazdzistej, funkcje prawie-wypukłe względem funkcji wypukłej z argumentem δ , funkcje prawie-wypukłe względem funkcji wypukłej, funkcje wypukłe w kierunku osi urojonej, funkcje wypukłe w kierunku osi rzeczywistej, funkcje wypukłe w dodatnim kierunku osi rzeczywistej, funkcje o ograniczonym obrocie, funkcje wielomianowo prawie-wypukłe względem Λ z argumentem δ , funkcje wielomianowo prawie-wypukłe względem Λ , funkcje wielomianowo prawie-wypukłe stopnia k z argumentem δ , funkcje wielomianowo prawie-wypukłe, funkcjonal Fekete-Szegö, metoda Laguerre'a, problem promienia, współczynniki.*